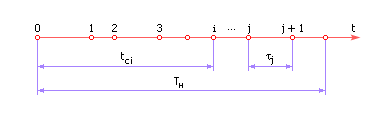
1. **Поток событий** — последовательность событий, которые наступают в случайные моменты времени.



1. Поток событий называется **стационарным**, если его вероятностные характеристики не зависят от выбора начала отсчета или, боле конкретно, если вероятность попадания того или другого числа событий на любой интервал времени зависит только от длины τ этого интервала и не зависит от того, где именно на оси 0, t он расположен. Следовательно, *среднее число событий*, *появляющихся в* *единице времени,* так называемая *интенсивность* потока, есть постоянная https://studfile.net/html/2706/1010/html_97PhOzfwo0.QNCc/img-McwZWI.png
2. Свойство**ординарности***:* вероятностью наступления за элементарный промежуток времени более одного события можно пренебречь по сравнению с вероятностью наступления за этот промежуток не более одного события (то есть вероятность одновременного появления двух и более событий равна нулю).

p>1(t, Δt) = o(Δt), где o(Δt) – бесконечно малая по отношению к Δt величина, т.е. o(Δt) /Δt → 0 при Δt → 0

1. Свойство отсутствия **последействия***:* вероятность появления *k* событий на любом промежутке времени не зависит от того, появлялись или не появлялись события в моменты времени, предшествующие началу рассматриваемого промежутка.
2. **Простейший** (стационарный пуассоновский) поток — поток событий, обладающий свойствами стационарности, ординарности и отсутствия последействия. **Поток Пуассона** – простейший поток, но не стационарный; ординарный поток без последствий.

{\displaystyle P\_{t}(k)={\frac {(\lambda t)^{k}e^{-\lambda t}}{k!}}}

1. **Интенсивность потока** *({\displaystyle \lambda }λ)* — среднее число событий, которые появляются в единицу времени.
2. **Теорема об интенсивности простейших потоков**. Если поток событий - простейший, то распределение длин интервалов Tn между поступлениями любой пары соседних событий (т.е. для любого n) - показательное (экспоненциальное) с параметром λ, равным интенсивности потока. T € Eλ
3. **Распределение событий в простейшем потоке** \*ну бля выкрутись как-нибудь. Поток обладает тремя свойствами, то есть в один момент времени не будет происходить несколько событий, в единицу времени произойдёт определённое число событий, ну и появление нового события никак не зависит от предыдущих. Там сам что-нибудь сверху скажи. Пуассоновское
4. Обозначим через M(t, Δt) математическое ожидание числа событий, появившихся за время Δt, тогда M(t, Δt) = Σi pi (t, Δt) = 0\* p0 (t, Δt) + 1\* p1 (t, Δt) + Σ i pi (t, Δt) = p1 (t, Δt) + o(Δt).
5. **Распределение событий в потоке Пуассона** \*так это 8 вопрос, только стационарности больше нет, теперь интенсивность не постоянна, в единицу времени может произойти разное число событий\*
6. Берём формулу Пуассона и втыкаем в неё что **событий нет**.

Для простейшего потока:

[ Формула 04 ]

Для пуассоновского:

[ Формула 01 ] ну и получаем e-a , потому что m = 0

[ Формула 02 ]

1. **Теорема суммы потоков Пуассона**. Cумма (наложение) n пуассоновских потоков с интенсивностями λ1 (t),…,λn (t) будет пуассоновским с интенсивностью λ(t) = Σ λi (t)
2. **Расщепление (р – преобразование).** В простейшем потоке интенсивности λ последовательно проделаем следующее: каждому событию с вероятностью p будем присваивать цифру 1 (как новый индекс). Всем неизменённым данной операцией событиям присвоим цифру 2. Из событий с цифрой 1 составим новый поток событий, а из событий с цифрой 2 другой поток событий. Утверждается, что таким образом поток разбивается на два независимых простейших потока с интенсивностями pλ и (1-p)λ.
3. Ординарный поток событий называется **потоком с ограниченным последствием**, если интервалы времени Tn между последовательными событиями представляют собой независимые случайные величины. Если эти случайные величины одинаково распределены, то такой поток называется потоком Пальма, или рекуррентным потоком. В связи с одинаковостью распределений T поток Пальма всегда стационарен.
4. **Поток Пальма.** \*смотри 14 вопрос\* Поток с ограниченным последствием, у которого случайные промежутки времени между событиями одинаково распределены, что автоматически говорит о его стационарности. Ну и так как события имеют между собой ненулевые промежутки, а не случаются в один момент времени, то поток Пальма ординарен. Интенсивность для потока Пальма: λ = 1/ET.
5. **Потоком Эрланга** k-го порядка называется поток событий, получающийся «прореживанием» простейшего потока, когда сохраняется каждая k-я точка (событие) в потоке, а все промежуточные выбрасываются. Интервал времени T между двумя соседними событиями в потоке Эрланга k-го порядка представляет собой сумму k независимых случайных величин Т1 ,Т2 ,... ,Тк , имеющих показательное распределение с параметром λ – интенсивность простейшего потока. Из этого следует, что поток Эрланга является пальмовским потоком и стационарен.
6. **Случайным процессом** X(t) называется функция, значение которой при любом фиксированном t = t0 является случайной величиной, которую будем называть сечением случайного процесса в момент времени t. Из определения следует, что c.п. X(t) есть функция двух переменных •X(t) = φ(ω,t), ω ϵ Ω, t ϵ T, φ(ω,t) ϵ G ⊂ R+, где Ω - пространство элементарных событий; Т- множество значений аргумента t; G- множество значений с.п. X(t).

**\*сперва прочти ответы на 18 и 19 вопросы, иначе не поймёшь откуда вылупились следующие формулы\***

Условия согласованности:

FX (x1 ,t1 ; …;xn ,tn ) = FX (x1 ,t1 ; …;xn ,tn ; ∞,tn+1 ; …; ∞,tn+p) (1)

FX (x1 ,t1 ; …;xn ,tn ) = FX (xi1 ,ti1 ; …;xin ,tin ) (2)

где i1,i2,…,in– любая перестановка индексов1,2,…n для каждого n. Теперь можно сформулировать ещё одно определение случайного процесса.

Определение (альтернативное). Случайным процессом X(t), заданным на множестве T (t ϵT) называется семейство распределений, удовлетворяющих условиям согласованности

Набор функций FX (x1 ,t1 ;…;xn ,tn ) для n = 1,2,… называют конечномерным распределением случайного процесса X(t).

1. **Сечение случайного процесса \*смотри вопрос 17\*** При каждом фиксированном ω ∈ Ω функция φ(ω,t) называется траекторией или реализацией с.п. X(t). Это означает, что опыт, в ходе которого случайный процесс протекает, уже произведен и произошло элементарное событие ω ϵ Ω. Случайный процесс называется непосредственно заданным, если каждый элементарный исход ω эксперимента описывается соответствующей траекторией в пространстве всех функций на множестве T со значениями в G.
2. Подобно тому как вводили функцию распределения для случ. величины X, для с.п. X(t) введем **одномерную функцию распределения случайного процесса** в момент времени t1 FX (y,t1 ) = P { X(t1 ) < y}

Если зафиксировать два момента времени t1 и t2, то получим двумерную функцию распределения случайного процесса.

FX (y1,t1;y2,t2 ) = P { X(t1 ) < y1; X(t2) < y2}

И так по логике сколько угодно значений фиксируем и получаем сколько-угодно-мерную функцию распределения случайного процесса. Распределение случайного процесса должно удовлетворять условиям согласованности. \*читай 17 вопрос\*

1. Если n-мерная функция распределения FX (y1 ,t1 ;…;yn ,tn ) допускает представление FX (y1 ,t1 ;…;yn ,tn ) = ∫(от -∞ до y1) …∫(от -∞ до yn) fX (y1 ,t1 ;…;yn ,tn )dyn…dy1 где fX (y1 ,t1 ;…;yn ,tn ) – некоторая измеримая неотрицательная функция такая, что ∫…∫fX (y1 ,t1 ;…;yn ,tn )dyn…dy1 = 1 то fX называется n-мерной плотностью распределения случайного процесса X(t). (также для плотности распространено обозначение pX )

*Сорян за интегралы, они не хотели копироваться из лекция вместе с границами*

1. *Математическим ожиданием случайного процесса* или (иногда) его средним значением называется неслучайная функция EX(t), tϵT, (или E[X(t)], часто также обозначают MX(t), либо mX (t) ), определяемая соотношением EX(t) = ∫ y fX (y,t) dy
2. Функцией ковариации (ковариационной функцией) случайного процесса X(t) называется математическое ожидание произведения центрированных сечений случайного процесса в моменты времени t1 и t2 (т.е. ковариация этих сечений).

K(t1 ,t2 ) = Cov (X(t1 ), X(t2 )) = E [ (X(t1 ) – E(X(t1 )) ) · (X(t1 ) – E(X(t1 )) ) ]

KX (t1 ,t2 ) характеризует не только степень линейной зависимости между двумя сечениями, но и разброс этих сечений относительно математического ожидания случайного процесса EX(t)

1. **Процессом Маркова** называется процесс, обладающий следующим свойством отсутствия памяти (отсутствия последействия):

P (X(tn ) = xn | X(tn -1 ) = xn-1 ,…, X(t2 )=x2 , X(t1 )=x1 ) = P (X(tn ) = xn | X(tn -1 ) = xn-1 )